Differentiaalvergelijkingen, diagnostische toets

ANTWOORDEN

1. Gegeven de concentratie C met op tijdstip 0 een concentratie 0, dus C(0)=0
Verder is gegeven C'(t)=0,001(40-C(t)) Bepaal C(100)
$\frac{C'}{40-C}=0,001$ dus $-\ln|40-C|=0,001x+g \Rightarrow \ln|40-C|=-0,001x+k$
dus $40-C=e^{-0,001x}.p \Rightarrow C(x)=40-p.e^{-0,001x}$
C(0) = 0 dus p = 40 dus $C(x)=40-40.e^{-0,001x}$ dus C(100) = 3,8

2. $\frac{dy}{dt}=0,5.e^{y}$ en y(0)=0 Bereken nu y(1)
$y'.e^{-y}=0,5 \Rightarrow -e^{-y}=0,5x+c \Rightarrow e^{-y}=-0,5x+g$
$-y=\ln(-0,5x+g) \Rightarrow y=-\ln(-0,5x+g)$
y(0) = 0 dus g = 1 dus $y=-\ln(-0,5x+1)$ dus y(1) = 0,693

3. Gegeven de differentiaalvergelijking y'(x) – y(x) = 2cosx – 2 sinx
a een oplossing is y = 2.sinx (vul maar in)
b y'- y = 0 levert $y(x)=k.e^{x}$
c. alle oplossingen zijn $y(x)=2.\sin x+k.e^{x}$

4. De groei van een populatie is omgekeerd evenredig met de populatie:
$P'(t)=\frac{6}{P(t)}$. Ook is gegeven P(1) = 10. Bepaal P(2)
$P'(t).P(t)=6 \Rightarrow \frac{1}{2}P(t)^2=6t+c \Rightarrow P(t)^2=12t+g$
$P(t)=\sqrt{12t+g}$ (P>0) met P(1)=10 levert dat g=88 dus P(2)=10,58

5. Gegeven de differentiaalvergelijking $\sqrt{f(x)}.f'(x)=2x$.
En je weet dat f(0) = 4. Bereken f(12)
$\frac{2}{3}.f(x)^{\frac{3}{2}}=x^2+c \Rightarrow f(x)^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}.x^2+k \Rightarrow f(x)=(\frac{3}{2}.x^2+k)^{\frac{2}{3}}$
f(0)=4 dus k = 8 dus f(12) = 22,115

6. y'= 3.y en y(0) = 7 Bepaal $y(\tfrac{1}{3})$
$y=k.e^{3x}$ y(0)=7 dus $y=7.e^{3x}$ dus $y(\frac{1}{3})=7.e\approx 19,03$

7. y'=3(100-y) en y(0)=10. Bepaal y(0,4)
$\frac{y'}{100-y}=3 \Rightarrow -\ln|100-y|=3x+g \Rightarrow \ln|100-y|=-3x+c$
$100-y=e^{-3x}.k \Rightarrow y(x)=100-k.e^{-3x}$ 100 y(0)=10 dus k = 90 dus y(0,4) = 72,89

8. y'= 5x . y en y(1)=3. Bepaal y(3)
$\frac{y'}{y}=4x \Rightarrow \ln|y|=2x^2+c \Rightarrow y=e^{2x^2}.k$
y(1)=3 dus k = 0,406 dus y(3) = 163,79