

Antw. 1.

$$f'(x) = \frac{(-2) \times (3-4x) - (5-2x) \times (-4)}{(3-4x)^2} = \frac{-6+8x+20-8x}{(3-4x)^2} = \frac{14}{(3-4x)^2}$$

Opmerkingen:

- Let er op dat je geen fouten maakt door het minteken dat in de teller staat.
- Een breuk is nul als de teller nul is (maar de noemer mag niet nul zijn).
- Als je een breuk gelijk aan nul moet stellen, stel je alleen de teller nul.
- Daarom worden de haakjes bij de noemer vrijwel nooit uitgewerkt.

Deze afgeleide is dus nooit nul.

Antw. 2.

$$a. f'(x) = \frac{1 \cdot (x-1)^2 - x \cdot 2(x-1)}{((x-1)^2)^2} =$$

$$\frac{x^2 - 2x + 1 - 2x^2 + 2x}{(x-1)^4} = \frac{-x^2 + 1}{(x-1)^4} =$$

$$\frac{-(x-1)(x+1)}{(x-1)^4} = \frac{-x-1}{(x-1)^3}$$

$$f(-1) = -\frac{1}{4} \text{ minimum}$$

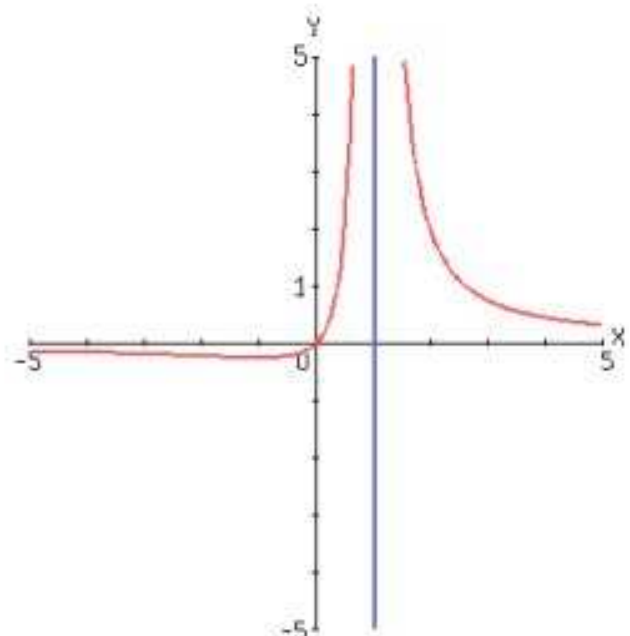
b. Als $x \rightarrow \infty$ dan $f(x) \rightarrow 0$.

De grafiek gaat steeds meer op de x-as lijken, de x-as is een horizontale asymptoot.

Als $x \rightarrow -\infty$ dan $f(x) \rightarrow 0$. Ook

nu gaat de grafiek steeds meer op de x-as lijken.

Als $x \rightarrow 1$ dan $f(x) \rightarrow \infty$, dus $x=1$ is een verticale asymptoot.



Antw. 3.

$$f'(x) = 2x \cdot \sqrt{4x+5} + x^2 \cdot \frac{2}{\sqrt{4x+5}} =$$

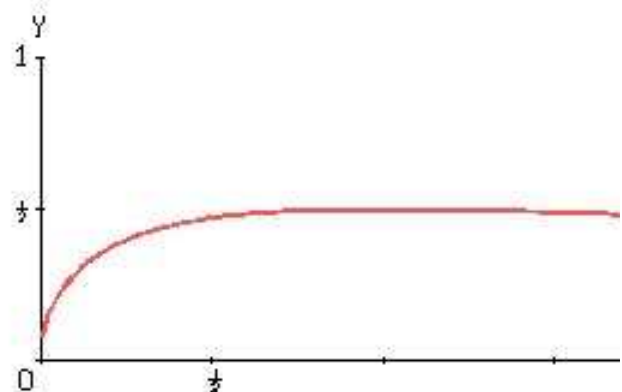
$$2x \cdot \sqrt{4x+5} \cdot \frac{\sqrt{4x+5}}{\sqrt{4x+5}} + \frac{2x^2}{\sqrt{4x+5}} = \frac{2x(4x+5)}{\sqrt{4x+5}} + \frac{2x^2}{\sqrt{4x+5}}$$

$$f'(x) = \frac{8x^2+10x}{\sqrt{4x+5}} + \frac{2x^2}{\sqrt{4x+5}} = \frac{10x^2+10x}{\sqrt{4x+5}} = \frac{10x(x+1)}{\sqrt{4x+5}}$$

Antw. 4.

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x+1) - 1 \cdot \sqrt{x}}{(x+1)^2} =$$

$$\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x+1) - 1 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}}{(x+1)^2} = \frac{(-x+1)}{2\sqrt{x} \cdot (x+1)^2}$$



$f'(x) = 0 \rightarrow (-x+1) = 0 \rightarrow x = 1$ (een breuk is nul als alleen de teller nul is)

$f(1) = \frac{1}{2}$ maximum en $f(0) = 0$ randminimum

Antw. 5.

$$\frac{\sqrt{x}}{x+1} = 0,14. \text{ Noem } \sqrt{x} = p, \text{ dan krijg je } \frac{p}{p^2+1} = 0,14.$$

Kruislings vermenigvuldigen levert $p = 7$ en $p = \frac{1}{7}$,

dus je vindt als antwoorden: $x = 49$ en $x = \frac{1}{49}$.

Een andere oplossing is :

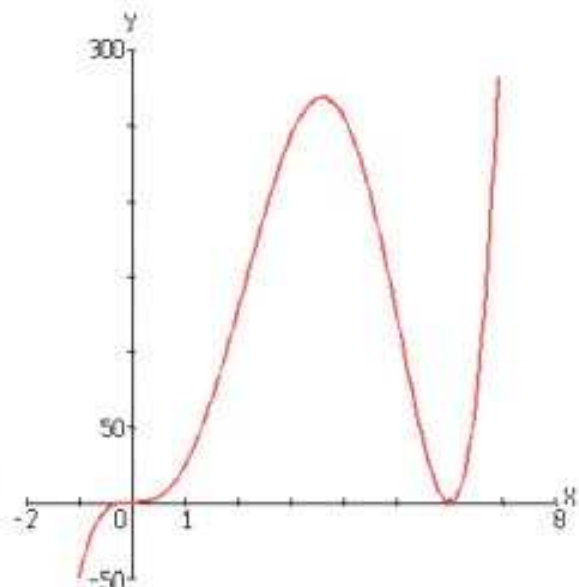
eerst kruislings vermenigvuldigen, daarna kwadrateren, enz.

Na kwadrateren moet je altijd controleren of je antwoorden goed zijn !

Antw. 6.

$$\begin{aligned}
 \text{a. } f'(x) &= 3x^2 \cdot (x-6)^2 + x^3 \cdot 2(x-6) \cdot 1 = \\
 &= x^2 \cdot (x-6) \cdot \{ 3 \cdot (x-6) + x \cdot 2 \} = \\
 &= x^2 \cdot (x-6) \cdot (20x-18) \\
 f'(x) &= 0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3,6 \vee x=6 \\
 f(0) &= 0 \text{ is geen max/min} \\
 f(3,6) &\approx 268,7 \text{ maximum} \\
 f(6) &= 0 \text{ minimum}
 \end{aligned}$$

- b. In $(0,0)$ is de afgeleide nul, maar er is geen uiterste waarde.
De grafiek is zowel links als rechts van $x=0$ stijgend, maar in $(0,0)$ is de grafiek eventjes horizontaal. We spreken zo'n situatie van een buigpunt.

**Antw. 7.**

$$\text{a. } f'(x) = 1 \cdot \sqrt{4-x^2} + x \cdot \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} = \sqrt{4-x^2} \cdot \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{-x^2}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{2}$$

$$f(-2) = 0 \text{ rand maximum, } f(-\sqrt{2}) = -2 \text{ minimum,}$$

$$f(\sqrt{2}) = 2 \text{ maximum, } f(2) = 0 \text{ rand minimum}$$

- b. In $(0,0)$ is $f'(0) = 2 = \tan \varphi \rightarrow$ de hellingshoek $\approx 63^\circ$.

In $(-2,0)$ en $(2,0)$ bestaat de afgeleide niet, omdat de noemer 0 wordt.

$$\text{Als } x \rightarrow -2 \text{ dan } \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}} \rightarrow -\infty,$$

als $\tan \varphi \rightarrow -\infty$, dan $\varphi \rightarrow -90^\circ$, de hellingshoek $= -90^\circ$.

Conclusie: de hoek met de x -as is 90° . In $(2,0)$ is de hoek ook 90° .

Antw. 8.

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x - 2} = \frac{2x^2 - 4x + x - 2 + 6}{x - 2} =$$

$$\frac{2x^2 - 4x}{x - 2} + \frac{x - 2}{x - 2} + \frac{6}{x - 2} = \frac{2x(x - 2)}{x - 2} + \frac{x - 2}{x - 2} + \frac{6}{x - 2} =$$

$$2x + 1 + \frac{6}{x - 2}$$

Als $x \rightarrow \infty$ of $x \rightarrow -\infty$ dan $\frac{6}{x - 2} \rightarrow 0$, dus $f(x) \rightarrow 2x + 1$

$y = 2x + 1$ is een scheve asymptoot en $x = 2$ is een verticale asymptoot.