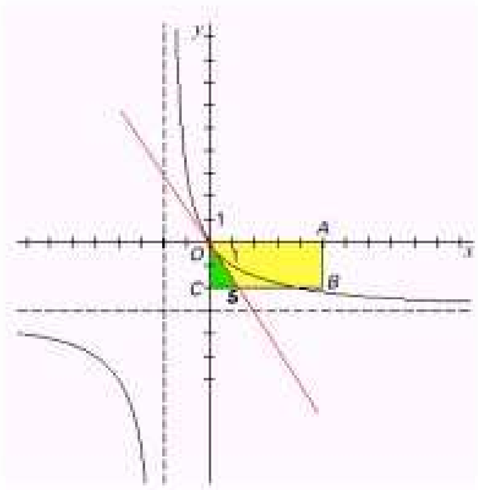
Antw. 1.



$f(x)=\dfrac{6}{x+2}-3 \rightarrow f'(x)=\dfrac{-6}{(x+2)^2} \rightarrow f'(0)=-\frac{3}{2}$

De vergelijking van de raaklijn is $y=-\frac{3}{2}x$

Het snijpunt S op CB: $y=-\frac{3}{2}x=-2 \rightarrow x=\frac{4}{3}$

Dus $S\left(\frac{4}{3},-2\right)$

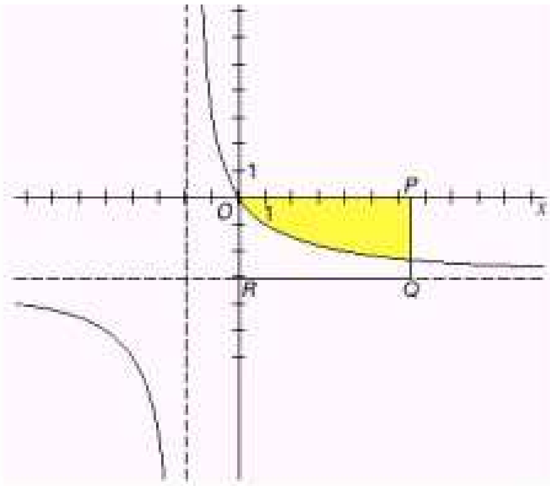
Oppervlakte driehoek $OCS = \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times 2=\frac{4}{3}$.

Oppervlakte van de vierhoek

$OSBA = 5\times 2-\frac{4}{3}=\frac{26}{3}$

De verhouding is $\frac{4}{3}:\frac{26}{3}=2:13$

Antw. 02.



De oppervlakte van de rechthoek is 3b.
De oppervlakte van het gekleurde deel moet dus $\frac{3}{2}b$ zijn.

Dus los op: $-\displaystyle\int_0^b f(x)\cdot dx=\frac{3}{2}b$

$-\left[6\ln|x+2|-3x\right]_0^b=$

$-\{6\ln(b+2)-3b\}+\{6\ln 2\}=$

$3b-6\ln(b+2)+6\ln 2$

In GRM: $y_1=3x-6\ln(x+2)+6\ln 2$ en $y_2=\frac{3}{2}x$.

Intersect levert $b\approx 5{,}0257248\approx 5{,}03$

Antw. 3.

a. De driehoek TPS is gelijkvormig met de driehoek TAD, dus $PS = \frac{10}{12} \cdot x$

De oppervlakte van PQRS is $PS \times SR = \frac{10}{12} \cdot x \cdot \frac{10}{12} \cdot x = (\frac{5}{6}x)^2$

b. De inhoud van zo'n gekleurd stukje is $(\frac{5}{6}x)^2 \cdot \Delta x$

De totale inhoud wordt dus de integraal $\int_0^{12} (\frac{5}{6}x)^2 \cdot dx = \int_0^{12} \frac{25}{36}x^2 \cdot dx$

c. De inhoud is $\int_0^{12} \frac{25}{36}x^2 \cdot dx = \left[\frac{25}{36} \times \frac{1}{3} \times x^3\right]_0^{12} = 400$. Dat is in overeenstemming met de formule $\frac{1}{3} \times G \times h$

Antw. 4.

De snijpunten met de x-as zijn $x=0$ en $x=8$.

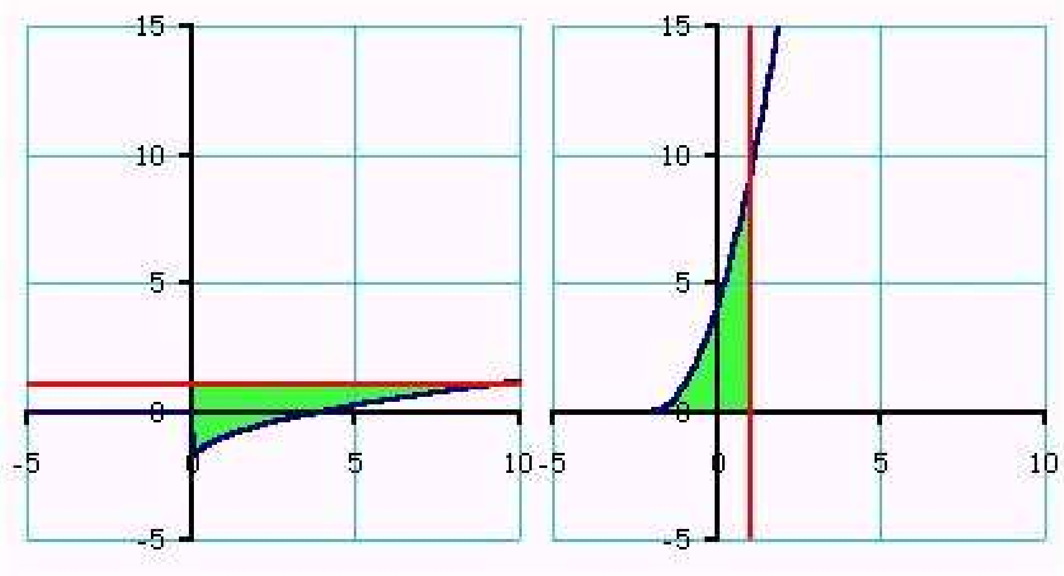
De inhoud van het vlakdeel is: $\int_0^8 \pi \cdot (f(x))^2 \, dx =$

$$\int_0^8 \pi \cdot \left(24x - 3x^2\right)^2 dx = \int_0^8 \pi \cdot \left(576x^2 - 144x^3 + 9x^4\right) dx =$$

$$\pi\left[192x^3 - 36x^4 + 1\tfrac{4}{5}x^5\right]_0^8 = 9830\tfrac{4}{10}\pi$$

Antw. 5.

Het snijpunt van $y=-2+\sqrt{x}$ met de lijn y=1 is (9,1).



De inverse functie vind je bijvoorbeeld met:

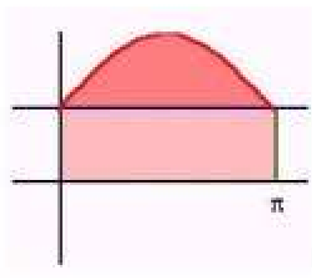
$y=-2+\sqrt{x} \rightarrow y+2=\sqrt{x} \rightarrow (y+2)^2=x$; de inverse functie is dus: $y=(x+2)^2$

De inhoud van het vlakdeel wordt dan:

$$\int_{-2}^{1} \pi\left((x+2)^2\right)^2 \cdot dx = \int_{-2}^{1} \pi \cdot (x+2)^4 \cdot dx = \left[\pi \cdot \tfrac{1}{5}(x+2)^5\right]_{-2}^{1} = \tfrac{1}{5}\pi\left(3^5-0\right) = 48\tfrac{3}{5}\pi$$

Antw. 6.

Als je y=1+sin(x) om de x-as wentelt, krijg je



$$\int_0^{\pi} \pi(1+\sin x)^2 \cdot dx = \int_0^{\pi} \pi(1+2\sin x+\sin^2 x)\cdot dx =$$

$$\int_0^{\pi} \pi(1+2\sin x+\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\cos(2x))\cdot dx =$$

$$\int_0^{\pi} \pi(1\tfrac{1}{2}+2\sin x-\tfrac{1}{2}\cos(2x))\cdot dx =$$

$$\left[\pi\left(1\tfrac{1}{2}x-2\cos x-\tfrac{1}{4}\sin(2x)\right)\right]_0^{\pi} = \pi\left((1\tfrac{1}{2}\pi+2)-(-2)\right) = 1\tfrac{1}{2}\pi^2+4\pi$$

De inhoud van de cilinder is: opp grondvlak maal hoogte = $\pi \times 1^2 \times \pi = \pi^2$

De inhoud van het gevraagde lichaam is: $1\tfrac{1}{2}\pi^2+4\pi-\pi^2=\tfrac{1}{2}\pi^2+4\pi$

Antw. 7.

De lengte is $\int_1^e \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}\cdot dx = \int_1^e \sqrt{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2}\cdot dx \approx 2{,}00$