8 - 7 Parameterkrommen

Parametervoorstelling van een kromme

Er wordt gesproken van een *parametervoorstelling* van een kromme als de coördinaten van elk punt van de kromme door functies gegeven zijn:

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

Anders opgeschreven: $(x, y) = (f(t), g(t))$

Is de parameter de tijd, dan wordt hiermee de baankromme van een bewegend punt beschreven. Om een kromme te kunnen tekenen moet de kromme onderzocht worden op enkele belangrijke punten.

Voorbeeld Gegeven is de kromme K met $(x, y) = (-t \cdot e^t, t \cdot e^{-t})$

A Bepaal het bereik van de functies $x(t)$ en $y(t)$.

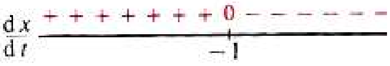
B Bewijs dat de lijn $y = x$ symmetrieas is van K.

C Stel van elke asymptoot van K een vergelijking op. Teken K.
Examen 1977-I

Oplossing

A1 Bepaal het bereik van $x(t) = -t \cdot e^t$

$$\frac{dx}{dt} = -e^t + -t \cdot e^t = -(t+1)e^t$$



$$\frac{dx}{dt} = 0 \text{ voor } t = -1$$

$x(t)$ heeft maximum $x(-1) = \frac{1}{e}$

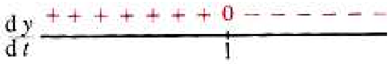
Er geldt ook: de kromme K heeft in het punt $\left(\frac{1}{e}, -e\right)$ een *verticale* raaklijn.

$\lim_{t \to \infty} x(t) = -\infty$

Het bereik van $x(t)$ is $\langle \leftarrow, \frac{1}{e}]$

A2 Bepaal het *bereik van* $y(t) = t \cdot e^{-t}$

$$\frac{dy}{dt} = -(t-1)e^t$$



$y(t)$ heeft maximum $y(1) = \frac{1}{e}$

De kromme K heeft een *horizontale raaklijn* in $\left(-e, \frac{1}{e}\right)$.

$\lim_{t \to \infty} y(t) = -\infty$

Het bereik van $y(t)$ is $\langle \leftarrow, \frac{1}{e}]$