B Bewijs dat $y = x$ symmetrieas is van K.
De kromme K snijdt de symmetrieas in de oorsprong $O(0,0)$ voor $t = 0$.
Bij $t = a$ hoort het punt $P(x_P, y_P) = (-a \cdot e^a, a \cdot e^{-a})$
en $t = -a$ hoort het punt $Q(x_Q, y_Q) = (a \cdot e^{-a}, -a \cdot e^a)$
Het is duidelijk dat: $x_P = y_Q$ en $y_P = x_Q$
Dus de punten P en Q zijn elkaars spiegelbeeld bij spiegeling in de lijn $y = x$. Hieruit volgt dat de kromme K symmetrisch is ten opzichte van $y = x$.

C1 Stel van elke asymptoot van K een vergelijking op

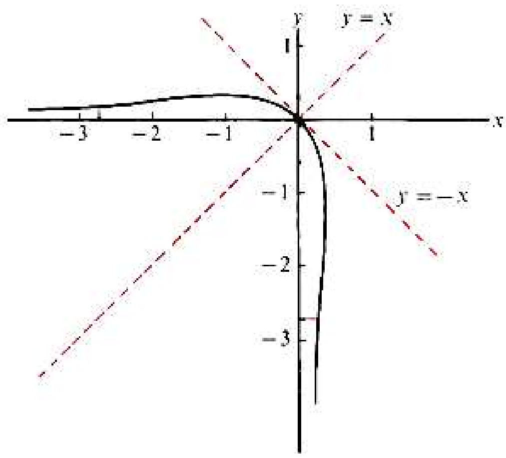
$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{t\to\infty} x(t) = -\infty \\ \lim\limits_{t\to\infty} y(t) = 0\end{array}\right\} y = 0 \quad \text{is een horizontale asymptoot}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{t\to-\infty} x(t) = 0 \\ \lim\limits_{t\to-\infty} y(t) = -\infty\end{array}\right\} x = 0 \quad \text{is een verticale asymptoot}$$

C2 Teken K
De richtingscoëfficiënt van een raaklijn is

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e^{-t} \cdot (t-1)}{e^t \cdot (t+1)}$$

In $(0,0)$ wordt de richtingscoëfficiënt van de raaklijn -1.
Met behulp van de bovenstaande gegevens is K hiernaast getekend.



21 De kromme K is gegeven door $\begin{cases} x = t \cdot e^t \\ y = t - 1 \end{cases}$

a Toon aan dat K een asymptoot heeft.
b Teken K.
c Welke waarden kan de richtingscoëfficiënt van een raaklijn aan K hebben?

22 Gegeven is de kromme K met $x = -t^2 + 6t$ en $y = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2$ waarbij $t \in \mathbb{R}$

a Bereken de coördinaten van de punten van K waarin de raaklijn aan K evenwijdig is aan de x-as of aan de y-as.
b Toon aan dat er twee lijnen zijn die K in O raken.
c Voor welke $p \in \mathbb{R}^-$ geldt: de lijn $y = 2x - p$ raakt K?